

## VODNA URA

**Avtor:** Sergej Faletič  
**Poglavja v UN:** 8.1(I), 8.2(I),  
**Kompetence po**  
**Mayerjevem odboru:** 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14

**Časovni okvir:** 40 min

**Legenda:** pokončni ARIAL tisk: naloge za dijake, vse kar je izpisano na delovnih listih.  
Ležeči Times New Roman tisk: navodila za učitelja.

**Razlogi za vključitev dejavnosti v kurikulum.** Naloga sicer zajema poglavje, ki je v celoti izbirno. Gre za vodni tok. Ampak analogija vodnega toka z električnim, ki je v tej nalogi posebej izpostavljena v obliki Poiseuillovega zakona, je lahko pomembno znanje, ki olajša razumevanje električnega toka. Sicer pa naloga, neodvisno od snovi, zahteva od dijaka zapleteno razmišljanje, prepoznavanje modelov, kritično presojo modelov, samostojnost pri izvedbi poskusa in nekaj analize podatkov. Nalogo se tako lahko umesti med naloge iz merjenja, kjer se poudari merjenje nelinearnih pojavov in analiza grafov, ki niso premice. Lahko se jo umesti v izbirno poglavje hidrodinamike, kjer se lahko ob njej obravnava nekatere pojave v hidrodinamiki. Lahko se jo obravnava tudi pri električnem toku, saj ponuja močno analogijo, ki jo lahko uporabimo za kasnejše lažje razlaganje o elektriki.

**Opis naloge.** Privzamemo veljavnost Poiseuillovega zakona. Na osnovi tega dijaki napovedo obliko grafov višine vode v odvisnosti od časa za posode različnih oblik. Grafe potem tudi pomerijo in ugotovijo, ali se skladajo z njihovimi napovedmi. Poskus naj bi postavili sami.

**Možnosti za vključitev v pouk.** Naloga je laboratorijskega tipa in lahko jo izvajajo dva do trije dijaki na skupino.  $U = RI$ .

**Ciljna skupina:** naloga je namenjena srednješolcem, predvsem gimnazijcem.

**Opis dejavnosti s stališča kompetenc.** Naloga razvija predvsem analiziranje grafov in sintezo zaključkov.

**Predlog za evalvacijo.** Opažanja učitelja o dijakovem reševanju naloge, ali se jim je zdela zanimiva ali ne, so zelo pomembna. Čustvena vpletenost v reševanje je pomembna za učinkovit prenos znanja. Sicer se bo pa gradivo evalviralo s kratkim pred in po testom, ki bo preverjal znanja, ki naj bi jih dijaki usvojili med reševanjem.

## VODNA URA

=====

### UVOD

---

Pretok vode je navadno podan z Bernoullijevo enačbo. Ta predvideva, da je pretok sorazmeren s korenem tlaka. Če tlak ustvarimo kar z višino stolpca vode, je pretok sorazmeren s korenem višine. Izkaže pa se, da je v primeru, ko se voda pretaka skozi pesek, filter ali zelo tanko cevčico, pretok premo sorazmeren s tlakom (višino). Če se spomnimo analogije med vodo in električnim tokom, bi lahko temu rekli ohmov zakon za kapljevino. V literaturi se zakon imenuje Poiseuillov [izg: puazilov] zakon.

Če imamo posodo, v kateri je voda in ta iz nje izteka po Poiseuillovem zakonu, se bo s tem gladina nižala, kar pomeni, da se bo zato spreminjal pretok. Pri tej nalogi se ukvarjamo s tem, kako se spreminja višina v posodi, iz katere izteka voda, v odvisnosti od oblike posode.



Poiseuillov zakon za naš primer:  $h = R \Phi$

$\Phi$  je lahko masni ali volumski pretok (spremeni se vrednost in enota  $R$ , a tega tako ne bomo računali).

### PRIPOMOČKI

---

- Posode različnih oblik: ena valjasta, ena stožčasta, ena ali dve neke oblike, ki je med valjasto in stožčasto.
- filtri za vse posode,
- dva metra,
- štoparica,
- silomer in potopljiv valj, primeren za merjenje vzgona.

#### **Navodila za pripravljalca pripomočkov:**

- Oblike posod naj bodo:

- valjasta ( $r = \text{konst.}$  – dobimo  $h = h_0 e^{-t/\tau}$ ),
- stožčasta ( $r = A h$  – dobimo  $h = h_0(1 - B t)^{1/2}$ ),
- za tretjo pa priporočljivo približati se oblikam  $r = A h^{n/m}$ , če je mogoče. Parabolična oblika  $r = A h^{1/2}$  da linearno padanje gladine  $h = h_0 - B t$ . Zanimivo bi bilo imeti tudi kako posodo z obliko vratu steklenice za penino (še onkraj stožca, negativno ukrivljeno).
- Dobra ideja je tudi imeti toliko različnih "tretjih" posod, kolikor je skupin. Tako pač vsaka vzame eno in lahko na koncu primerjajo rezultate. Tudi če je samo ena parabolična, bodo lahko ocenili, ali se tiste, ki dajo graf z negativno ukrivljenostjo, res bliže stožčasti in tiste s pozitivno ukrivljenostjo res bliže valjasti obliki (glede na parabolično).

- Filter lahko naredimo:

- iz peska, ki ga zavijemo v krpo in zatlačimo v grlo plastenke;

- tako da z gosto tkano krpo (kuhinjska krpa, prt, rjuha) zamašimo grlo. Po potrebi lahko damo več plasti;
- tako da samo krpo zatlačimo v cevčico, ki jo lahko speljemo kot natega iz posode. Tako sploh ni treba, da ima posoda na dnu luknjo.
- Opozorilo: če bi želeli doseči območje poiseuillovega zakona samo s cevčico, mora biti ta res dolga in res ozka. Cev premera 5 mm in dolžine kakih 50 cm ni zadoščala.
- Trudimo se, da je pretok majhen, da Poiseuillov zakon dobro velja, a hkrati mora biti dovolj velik, da lahko meritev izvedemo v doglednem času. Manjši je upor, bolj se približamo bernoullijevi enačbi, a to ne bi smelo vplivati na delo dijakov, saj jim ni treba eksplicitno ugotoviti prave oblike posode.

- Filtri so lahko za različne posode različni, ker nas zanimajo samo oblike krivulj.
- Eleganten način za računalniško zajemanje višine vode je, da vanjo potopimo valj, ki je pritrjen na silomer. Z nižanjem gladine se manjša potopljeni delj valja in s tem sila vzgona. Napravo je treba le še umeriti.
- Predlagamo, da dijaki sami poiščejo način za merjenje višine gladine. Domnevamo, da bo to tako, da meter potopijo v vodo in odčitujejo lego gladine.
- Če zajemanje ni računalniško, zahteva vsaj dva človeka: enega, ki meri čas, in enega ki odčitava višino gladine. Če bi želeli preveriti še, ali velja Poiseuillov zakon in je zveza med pretokom in višino res linearna, bi potrebovali še tretjega, da odčitava pretok.

## TEORIJA

1) Napovejte, kako se bo višina gladine spreminjala s časom za:

- a) valjasto posodo,
- b) stožčasto posodo,

Zanima nas samo ali bo padala vse hitreje, vse počasneje ali enakomerno.

Vsaj približno skicirajte oba grafa.

\* Na voljo je pomoč P1.

a) Višina bo padala vse počasneje (natančneje eksponentno). Pretok je odvisen samo od višine. Presek je konstanten, zato manjši pretok pomeni manjši padec višine. Vse manjša višina, vse manjši pretok, vse počasnejše padanje višine.

b) Višina bo padala vse hitreje. Tega ni lahko napovedati. Presek je sorazmeren s kvadratom višine, ker je radij sorazmeren z višino. Če bi bil pretok konstanten, bi moral biti padec višine obratno sorazmeren s presekom, saj manjši presek pomeni večji padec višine. Padec višine je torej sorazmeren s pretokom in obratno sorazmeren s presekom. Pretok je sorazmeren z višino, presek pa s kvadratom višine, zato vpliv preseka prevlada in višina gladine vse hitreje pada.

2) Ali po vašem mnenju obstaja oblika posode, kjer bi se višina gladine spreminjala linearno s časom? (Tako posodo bi lahko uporabili kot vodno uro).

\* Na voljo je pomoč P2.

Da, če so pravilno napovedali 1b). V tem primeru pričakujemo linearno padanje nekje med pozitivno in negativno ukrivljenim (med stožčasto in valjasto obliko posode).

Če so 1b) narobe napovedali, ni razloga, da bi nekje pričakovali linearno odvisnost.

## POSKUS

3) Postavite napravo, pri kateri boste lahko merili višino gladine vode v odvisnosti od časa.

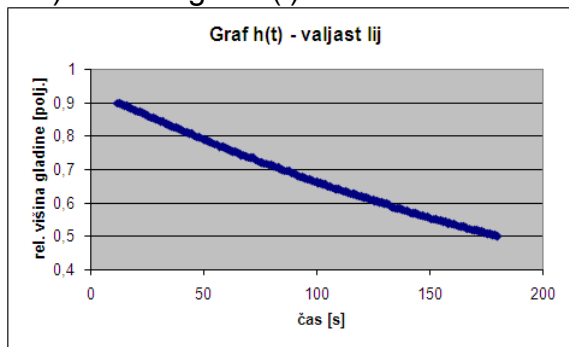
\* Na voljo je pomoč P3.

glej 3.r)

Pomembno je, da je iztok iz posode približno na isti višini kot dno posode. Pri tako postavitvi lahko merimo.

4.1) Izmerite spreminjanje gladine s časom za valjasto posodo.

4.2) Narišite graf  $h(t)$



4.3) Izmed ponujenih izberite tisto obliko grafa, za katero menite, da se najbolj približa vaši obliki. Lahko jih izberete več, če se vam jih več zdi primernih.

\* Na voljo je pomoč P4.

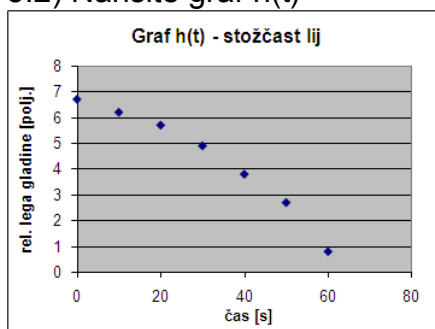
d) – eksponentni, sprejemljiv tudi e) – parboličen.

a), b) in c) odpadejo zaradi ukrivljenosti,

f) odpade, ker ni razloga, da bi začel z neskončno hitrim padanjem.

5.1) Izmerite spreminjanje gladine s časom za stožčasto posodo.

5.2) Narišite graf  $h(t)$



5.3) Izmed ponujenih izberite tisto obliko grafa, za katero menite, da se najbolj približa vaši obliki. Lahko jih izberete več, če se vam jih več zdi primernih.

\* Na voljo je pomoč P4.

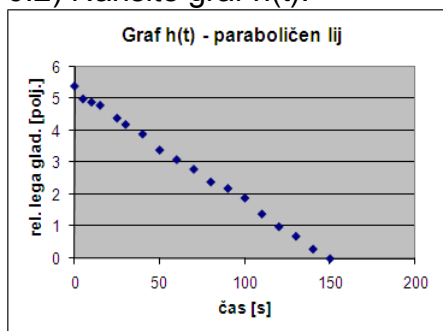
b) – korenski x-negativen ali c)

d), e), f) odpadejo, ker so narobe ukrivljene

a) odpade, ker ni razloga, da bi na začetku imeli hitrost padanja nič.

6.1) Izmed ostalih ponujenih posod izberite eno in zanjo izmerite  $h(t)$ .

6.2) Narišite graf  $h(t)$ .



(paraboličen lij)

6.3) Določite obliko posode. Preverite, ali se ujema s katero od matematično preprostih oblik:

- a)  $h = k r$ , linearizacija: ni potrebna,
- b)  $h = k r^2$ , linearizacija:  $y = h$ ;  $x = r^2$ ,
- c)  $h = k r^3$ , linearizacija:  $y = h$ ;  $x = r^3$ ,
- d)  $h = k r^4$ , linearizacija:  $y = h$ ;  $x = r^4$ ,
- e)  $h = k e^{nr}$ , linearizacija:  $y = \ln h$ ;  $x = r$ .

\* Na voljo je pomoč P5.

\* Kaj je linearizacija? (pomoč P6)

Nabor grafov za  $h(t)$  in dodatna pomoč sta v navodilih za dijake.